

Prova d'esame n.2

- Un foglio di carta rettangolare ha le dimensioni di 16 e 24 cm. Con questo foglio di carta puoi costruire due cilindri diversi, curvando il foglio in modo da far combaciare l'una coppia o l'altra coppia di lati uguali. Rispondi alle seguenti domande eseguendo tutti i calcoli opportuni.
 - I due cilindri avranno la stessa area laterale?
 - Avranno la stessa area totale?
 - Avranno lo stesso volume?
- In un riferimento cartesiano, disegna il triangolo avente i vertici nei punti A(1; 1), B(5; 1), C(5; 4).
 - Di quale triangolo si tratta? Calcola area e lunghezza del perimetro del triangolo.
 - Disegna il simmetrico del triangolo ABC rispetto all'asse delle ascisse. Chiama A', B', C' il triangolo ottenuto.
Scrivi le coordinate dei punti A', B', C'.
 - Disegna il simmetrico del triangolo A', B', C' rispetto all'asse delle ordinate. Chiama A'', B'', C'' il triangolo così ottenuto.
Scrivi le coordinate dei punti A'', B'', C''.
 - I triangoli ottenuti hanno la stessa area e lo stesso perimetro del triangolo ABC?
 - Rispondi motivando la tua risposta.
 - Esiste una trasformazione del piano che permette di passare direttamente da ABC ad A'', B'', C''? Quale? Rispondi motivando la tua risposta.
- Sono state effettuate 8 misurazioni, da parte di 8 ragazzi diversi, dello spessore dello stesso atlante geografico. Ecco le misure ottenute:
cm 1,8 mm 18,3 mm 17,9 mm 18,2 mm 18,2 cm 1,1 mm 17,8 mm 18,4
 - rappresenta le misure rilevate con altrettante colonnine, disponendole l'una accanto all'altra in ordine crescente di lunghezza;
 - valuta (esponendo il ragionamento fatto) se è possibile che vi siano una o più misure non attendibili;
 - calcola lo spessore dell'atlante come media delle misure, escludendo eventualmente il valore, o i valori, considerati non attendibili.
- Considera l'uguaglianza: $x = a^2 - \frac{b}{c}$
 - Attribuisci alle lettere a, b, c, i seguenti valori:
 $a = -\frac{1}{2}$; $b = +3$; $c = -\frac{1}{8}$ Calcola il valore di x .
 - Attribuisci alle lettere a e b i seguenti valori: $a = -\frac{2}{3}$; $b = +\frac{1}{5}$
Puoi calcolare il valore di x ? Rispondi giustificando la risposta.
 - Attribuisci alle lettere x, b, c, i seguenti valori:
 - $x = -\frac{1}{8}$; $b = +\frac{1}{2}$; $c = +\frac{4}{3}$ Calcola il valore di a .

SOLUZIONI:

Esercizio 1

Allora abbiamo un foglio di carta rettangolare che ha le dimensioni di 16 x 24 cm.

Possiamo costruire due cilindri diversi, curvando il foglio in modo che combacino prima i due lati minore uguali (16 cm) e poi i due lati maggiori uguali (24 cm).

(a) I due cilindri avranno la stessa area laterale?

Sicuramente sì in quanto l'area laterale in entrambi i casi è data dalla superficie del foglio:

$$16 \cdot 24 = 24 \cdot 16 = 384 \text{ cm}^2$$

(b) I due cilindri avranno la stessa area totale?

Sicuramente NO in quanto se faccio combaciare il lato minore avrò un cilindro con un'altezza pari a 16 cm e una circonferenza di base pari a 24 cm mentre se faccio combaciare il lato maggiore avrò cilindro con altezza pari a 24 cm e circonferenza di base pari a 16 cm. Ora essendo la superficie laterale la stessa in entrambi i casi, e siccome a circonferenza maggiore corrisponde una superficie maggiore avrò che nel caso in cui faccio combaciare il lato minore il cilindro avrà superficie totale maggiore.

Dimostriamolo anche matematicamente:

Consideriamo il cilindro in cui combaciano i due lati minori uguali quindi avremo un cilindro con altezza pari a 16 cm e circonferenza di base pari a 24 cm. Dalla formula della circonferenza, calcoliamo il raggio di base:

$$C_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1$$

$$r_1 = \frac{C_1}{2\pi} = \frac{24 \text{ cm}}{2\pi} \cong 3,82 \text{ cm}$$

Calcoliamo ora la superficie di base

$$S_{B1} = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot 3,82^2 \cong 45,82 \text{ cm}^2$$

$$S_{TOT1} = S_L + 2 \cdot S_{B1} = 384 + 2 \cdot 45,82 = 475,64 \text{ cm}^2$$

Consideriamo ora il cilindro in cui combaciano i due lati maggiori uguali quindi avremo un cilindro con altezza pari a 24 cm e circonferenza di base pari a 16 cm. Dalla formula della circonferenza, calcoliamo il raggio di base:

$$C_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2$$

$$r_2 = \frac{C_2}{2\pi} = \frac{16 \text{ cm}}{2\pi} \cong 2,55 \text{ cm}$$

Calcoliamo ora la superficie di base

$$S_{B2} = \pi \cdot r_2^2 = \pi \cdot 2,55^2 \cong 20,42 \text{ cm}^2$$

$$S_{TOT2} = S_L + 2 \cdot S_{B2} = 384 + 2 \cdot 20,42 = 424,84 \text{ cm}^2$$

Abbiamo visto come già anticipato che il cilindro in cui combaciano i lati minori del foglio avrà superficie totale maggiore.

(c) I due cilindri avranno lo stesso volume?

Calcoliamo il volume nel caso in cui combaciano i due lati minori uguali in cui la superficie di base è $45,82 \text{ cm}^2$ e l'altezza è pari a 16 cm

$$V_1 = S_{B1} \cdot h_1 = 45,82 \cdot 16 = 733,12 \text{ cm}^3$$

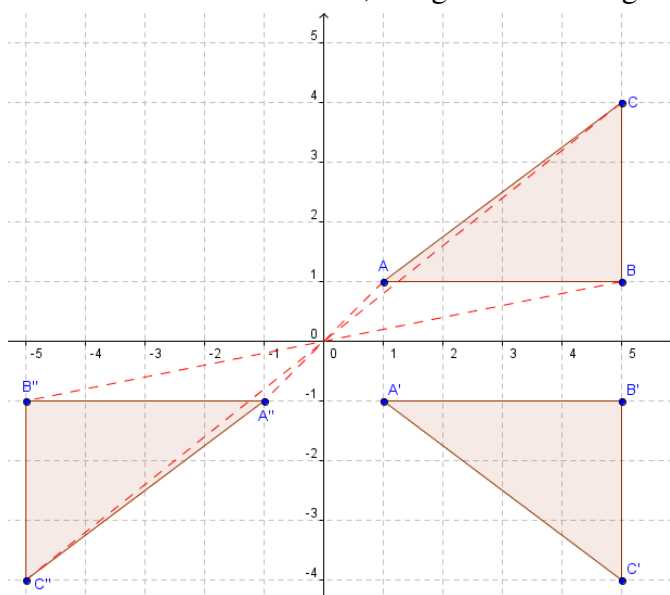
Calcoliamo il volume nel caso in cui combaciano i due lati maggiori uguali in cui la superficie di base è $20,42 \text{ cm}^2$ e l'altezza è pari a 24 cm

$$V_2 = S_{B_2} \cdot h_2 = 20,42 \cdot 24 = 490,08 \text{ cm}^3$$

Abbiamo visto che il volume del cilindro risulta essere maggiore nel caso in cui combaciano i due lati minori uguali del foglio di carta.

Esercizio 2

In un riferimento cartesiano, disegniamo il triangolo avente i vertici nei punti $A(1; 1)$, $B(5; 1)$, $C(5; 4)$.



4).

(a) Si tratta di un triangolo rettangolo in B avente il cateto maggiore pari a 4 unità di misura (u) e il cateto minore pari a 3 u . L'ipotenusa per la terna pitagorica del 3-4-5 sarà pari a 5 u .

Calcoliamo l'area del triangolo

$$A = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6u^2$$

Calcoliamo il perimetro del triangolo:

$$2p = AB + BC + AC = 4 + 3 + 5 = 12u$$

(b) Disegniamo il simmetrico del triangolo ABC rispetto all'asse delle ascisse. Chiamiamo $A'B'C'$ il triangolo ottenuto.

Le coordinate dei suoi punti saranno:

$A'(1; -1)$, $B'(5; -1)$, $C'(5; -4)$.

(c) Disegniamo ora il simmetrico del triangolo $A'B'C'$ rispetto all'asse delle ordinate ottenendo il triangolo $A''B''C''$. Le coordinate dei suoi punti saranno:

$A''(-1; -1)$, $B''(-5; -1)$, $C''(-5; -4)$.

(d) Nei triangoli ottenuti per simmetria i lati e gli angoli rimangono gli stessi per cui i triangoli ottenuti hanno la stessa area e lo stesso perimetro del triangolo ABC in quanto tutti e tre hanno il cateto maggiore pari a $4u$ e il cateto minore pari a $3u$ pertanto per la terna pitagorica del 3-4-5 tutti avranno ipotenusa pari a $5u$ e pertanto i perimetri e le aree di tutti e tre i triangoli rettangoli sono congruenti.

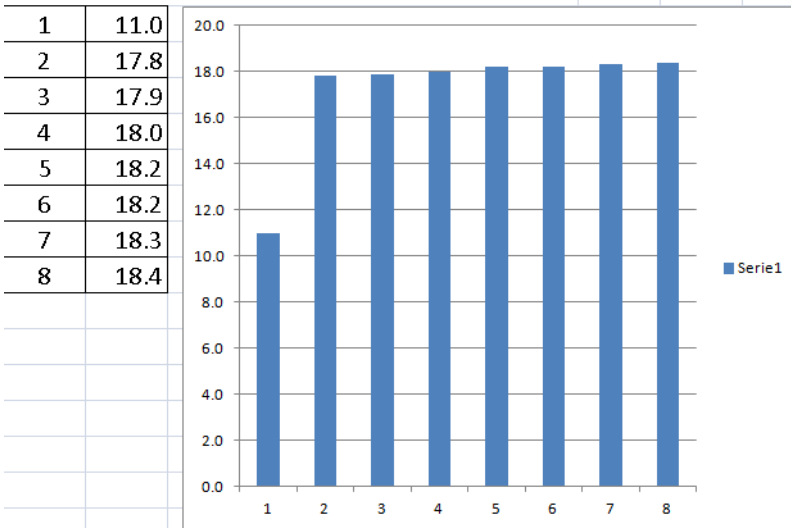
Si esiste una trasformazione del piano che permette di passare direttamente da ABC ad $A''B''C''$ ed è la "simmetria centrale"

La simmetria centrale è una trasformazione geometrica (in particolare una isometria) che ad un punto del piano fa corrispondere il suo simmetrico rispetto ad un punto detto centro di simmetria. Nel nostro caso il centro di simmetria è il punto O origine degli assi cartesiani.

Esercizio 3

Abbiamo 8 misurazioni, da parte di 8 ragazzi diversi, dello spessore dello stesso atlante geografico:
cm 1,8 mm 18,3 mm 17,9 mm 18,2 mm 18,2 cm 1,1 mm 17,8 mm 18,4

VALORI DELLE MISURAZIONI IN MILLIMETRI



(a) rappresentiamo le misure rilevate con altrettante colonnine, disponendole l'una accanto all'altra in ordine crescente di lunghezza;

(b) valutiamo ora se è possibile che vi siano una o più misure non attendibili: premesso che nessuna quantità fisica può essere misurata con completa certezza: **NON ESISTONO MISURE ESATTE**, cioè prive di errore, è fondamentale **FISSARE un LIMITE DI INCERTEZZA**

ACCETTABILE per la misura: se gli errori sperimentali sono più grandi di tale limite, la misura effettuata non è **SIGNIFICATIVA**. Il valore del limite di incertezza accettabile dipende dalla natura della misura che si deve effettuare: se si deve misurare l'altezza di una persona, sarà sufficiente fissare come limite di incertezza il cm, se, invece, si deve misurare, come nel nostro caso, lo spessore di un atlante geografico sarà necessario operare in modo da avere una incertezza inferiore al decimo di millimetro e non come nel caso di 1,1 cm = 11 mm dove il valore misurato si discosta dalle altre misure del valore di diversi mm e pertanto 1,1 cm è da scartare in quanto non attendibile.

(c) Ora considerato che 1,1 cm è da scartare calcoliamo la media della misura con i rimanenti valori:

$$\text{spessore} = \frac{17,8 + 17,9 + 18,0 + 18,2 + 18,2 + 18,3 + 18,4}{7} = \frac{126,8}{7} = 18,1\text{mm}$$

Esercizio n. 4

(a) Consideriamo l'uguaglianza: $x = a^2 - \frac{b}{c}$, sostituiamo i seguenti valori $a = -\frac{1}{2}$; $b = +3$;

$c = -\frac{1}{8}$ e calcoliamo la x:

$$x = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{-\frac{1}{8}} = \frac{1}{4} - 3 \cdot (-8) = \frac{1}{4} + 24 = \frac{1 + 24 \cdot 4}{4} = \frac{1 + 96}{4} = \frac{97}{4}$$

(b) Attribuendo ad $a = -\frac{2}{3}$ e $b = +\frac{1}{5}$ **NON** possiamo calcolare il valore di x in quanto avremo un'equazione a 2 incognite (x ; c) che non è risolvibile.

(c) Attribuiamo a $x = -\frac{1}{8}$; $b = +\frac{1}{2}$; $c = +\frac{4}{3}$ e calcoliamo il valore di a :

$$-\frac{1}{8} = a^2 - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{3}} \rightarrow -\frac{1}{8} = a^2 - \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(+\frac{3}{4}\right) \rightarrow -\frac{1}{8} = a^2 - \frac{3}{8} \rightarrow a^2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{8} \rightarrow a^2 = \frac{3-1}{8}$$

$$a^2 = \frac{2}{8} \rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \rightarrow a = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \pm\frac{1}{2}$$

<http://skuolablog.altervista.org>