

Prova d'esame n.1

- Lo sviluppo della superficie laterale di un cono è un settore circolare con angolo al centro di 216° e area di $540\pi \text{ cm}^2$. Calcola:
 - il raggio del cerchio al quale appartiene il settore circolare;
 - la superficie totale e il volume del cono;
 - la superficie totale di un cilindro equivalente al cono il cui raggio di base sia di 24 cm.

- Risolvi la seguente equazione e verifica che la sua radice è uguale alla misura del raggio di base del cilindro.

$$\frac{(x-5)(x-2)}{5} + \frac{(x+7)(x-7)}{15} - \frac{7}{30} = \frac{(x-3)^2}{10} + \frac{x^2}{6} - \frac{9}{10}x$$

- Partendo dall'equazione generale delle rette $y = mx + k$, scrivi l'equazione della retta r di coefficiente angolare $m = 2$, passante per il punto $A(0; -3)$ e rappresentala graficamente in un riferimento cartesiano, assumendo una unità di misura a piacere.

Scrivi l'equazione della retta s passante per il punto $C(0; 2)$ e perpendicolare alla retta r nel punto B .

Determina graficamente le coordinate del punto B ; calcola l'area del triangolo BCD , essendo D il punto in cui la retta p di equazione $x = 3$ incontra la retta r .

- Fra le caratteristiche ereditarie del sangue ha particolare importanza il fattore Rh. Ricordiamo che le situazioni possibili sono le seguenti:

RR - persona con il fattore **Rh** positivo (omozigote);

rr - persona con il fattore **Rh** negativo (omozigote);

Rr - persona con il fattore **Rh** positivo, ma che può trasmettere anche il fattore negativo (eterozigote).

Supponi che in una coppia la madre, Caterina, sia del tipo **Rr** e il padre, Filippo, sia del tipo **RR**; quali situazioni sono possibili per i figli? Con quale probabilità ciascuna?

In un'altra coppia, Sara è il tipo **Rr** e Paolo del tipo **rr**.

Quali possibilità per i figli? Con quale probabilità ciascuna?

Un figlio di Caterina e Filippo ha sposato una figlia di Sara e Paolo ed è nato un bambino **Rh** negativo. Analizza i casi possibili riguardo al babbo e alla mamma del bambino..

SOLUZIONI:

Esercizio 1

Allora abbiamo un settore circolare con angolo al centro di 216° e area di $540\pi\text{ cm}^2$.

Calcoliamo il raggio del cerchio al quale appartiene il settore circolare:

prima di tutto calcoliamo l'area della circonferenza a cui appartiene il settore circolare usando la seguente proporzione:

$$A_c : A_s = 360^\circ : \alpha$$

Dove A_c =area circonferenza; A_s = area settore circolare; α =angolo al centro del settore circolare; sostituendo i dati in nostro possesso avremo:

$$A_c : 540\pi = 360^\circ : 216^\circ$$

$$A_c = \frac{540\pi \cdot 360^\circ}{216^\circ} = 900\pi$$

Sappiamo che l'area della circonferenza è data dalla formula:

$$A_c = \pi \cdot r^2 \text{ da questa formula possiamo ricavare il raggio:}$$

$$r^2 = \frac{A_c}{\pi} \text{ da cui}$$

$$r = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}} = \sqrt{\frac{900\pi}{\pi}} = \sqrt{900} = 30\text{ cm}$$

Calcoliamo la superficie totale e il volume del cono:

prima di tutto calcoliamo la lunghezza del settore circolare (L), che rappresenta la lunghezza della circonferenza di base del cono, usando la seguente proporzione:

$$C : L = 360^\circ : \alpha$$

Dove C =lunghezza della circonferenza; L =lunghezza settore circolare; α =angolo al centro del settore circolare; sostituendo i dati in nostro possesso avremo:

$$2 \cdot \pi \cdot r : L = 360^\circ : 216^\circ$$

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot 216^\circ}{360^\circ} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 30 \cdot 216^\circ}{360^\circ} = 36\pi \text{ cm}$$

Calcolo ora il raggio della circonferenza di base del cono partendo dalla formula della circonferenza:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \text{ da cui ricavo } r_1 \text{ (attenzione } r_1 \text{ è diverso da } r)$$

$$r_1 = \frac{C}{2\pi} = \frac{36\pi}{2\pi} = 18\text{ cm}$$

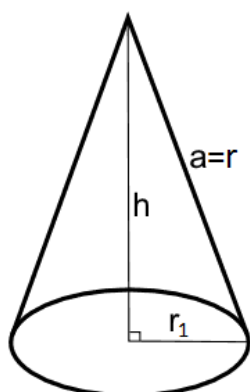
Calcolo la superficie laterale del cono che rappresenta l'area del settore circolare

$$S_L = \frac{L \cdot r}{2} = \frac{36\pi \cdot 30}{2} = 540\pi$$

Calcolo ora la superficie della circonferenza di base del cono:

$$S_B = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot 18^2 = 324\pi$$

$$S_{TOT} = S_L + S_B = 540\pi + 324\pi = 864\pi \text{ cm}^2$$



Calcoliamo ora il volume del cono ma prima dobbiamo calcolare l'altezza del cono. Consideriamo il triangolo rettangolo di cui l'ipotenusa corrisponde all'apotema del cono ($a = r = 30$ cm); il cateto minore corrisponde al raggio della circonferenza di base ($r_1 = 18$ cm) e il cateto maggiore che corrisponde all'altezza h del cono che dobbiamo trovare:

$$h = \sqrt{r^2 - r_1^2} = \sqrt{30^2 - 18^2} = \sqrt{900 - 324} = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

$$V = \frac{S_B \cdot h}{3} = \frac{324\pi \cdot 24}{3} = 324\pi \cdot 8 = 2592\pi \text{ cm}^3$$

Esercizio 2

$$\frac{(x-5)(x-2)}{5} + \frac{(x+7)(x-7)}{15} - \frac{7}{30} = \frac{(x-3)^2}{10} + \frac{x^2}{6} - \frac{9}{10}x$$

$$\frac{x^2 - 2x - 5x + 10}{5} + \frac{x^2 - 49}{15} - \frac{7}{30} = \frac{x^2 - 6x + 9}{10} + \frac{x^2}{6} - \frac{9}{10}x$$

$$\frac{x^2 - 7x + 10}{5} + \frac{x^2 - 49}{15} - \frac{7}{30} - \frac{x^2 - 6x + 9}{10} - \frac{x^2}{6} + \frac{9}{10}x = 0$$

$$\text{m.c.m. (5, 6, 10, 15, 30)} = 30$$

$$\frac{6 \cdot (x^2 - 7x + 10) + 2 \cdot (x^2 - 49) - 7 - 3 \cdot (x^2 - 6x + 9) - 5x^2 + 27x}{30} = 0$$

Moltiplico ambo i membri dell'equazione per 30 eliminando i denominatori e poi sommo i termini simili ottenendo:

$$6x^2 - 42x + 60 + 2x^2 - 98 - 7 - 3x^2 + 18x - 27 - 5x^2 + 27x = 0$$

$$6x^2 + 2x^2 - 3x^2 - 5x^2 - 42x + 18x + 27x + 60 - 98 - 7 - 27 = 0$$

$$8x^2 - 8x^2 - 42x + 45x + 60 - 132 = 0$$

$$3x = 72$$

$$x = -\frac{72}{3} = 24 \quad \text{che è uguale al raggio di base del cilindro per precedente esercizio.}$$

Esercizio 3

Per rispondere al primo quesito applichiamo la formula della retta passante per un punto $A(0; -3)$ e di coefficiente angolare noto $m = 2$:

$$y - y_p = m(x - x_p)$$

$$y - (-3) = 2(x - 0)$$

$$y + 3 = 2x$$

$$y = 2x - 3$$

Per rispondere al secondo quesito procediamo come segue:

Dalla teoria sappiamo che due rette sono perpendicolari quando i due coefficienti angolari sono uno il reciproco dell'opposto dell'altro, cioè:

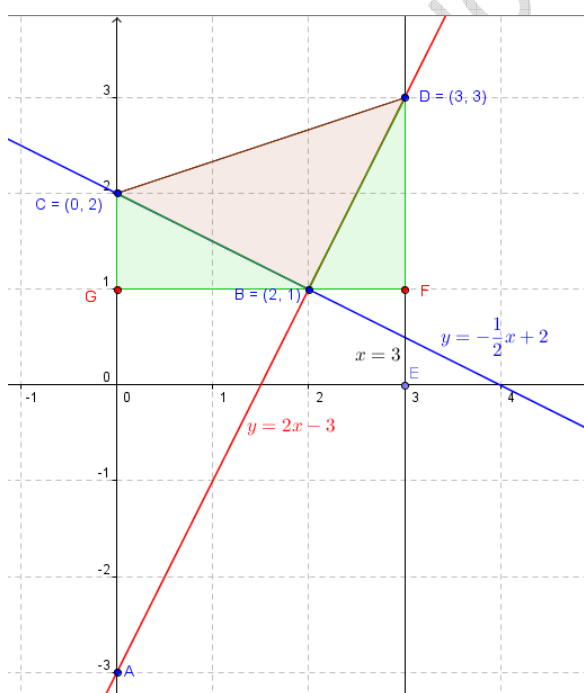
$$m = -\frac{1}{m_1}$$

Prima scriviamo l'equazione del fascio di rette che passa per un punto

$$y - y_p = m(x - x_p)$$

poi tra tutte le rette del fascio scegliamo quella che ha coefficiente angolare inverso ed opposto della retta data:

$$y - y_p = -\frac{1}{m_1}(x - x_p)$$



Sostituiamo le coordinate del punto $C(0; 2)$ mentre il nostro coefficiente angolare è il reciproco e l'inverso di 2 cioè $-\frac{1}{2}$ quindi l'equazione della retta cercata sarà:

$$y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 0)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

Dal grafico abbiamo che le coordinate di B sono $x = 2$ e $y = 1$ cioè $B(2, 1)$. Disegniamo il triangolo BCD , essendo D il punto in cui la retta p di equazione $x = 3$ incontra la retta r .

Consideriamo il triangolo rettangolo CBD e calcoliamo la lunghezza dei due cateti BC e BD

Per calcolare **BD** consideriamo il triangolo **BFD** rettangolo in **F** dove dal grafico si evince che il cateto **BF** = **1 u** e il cateto **FD** = **2 u** calcoliamo in questo caso l'ipotenusa **BD**

$$BD = \sqrt{BF^2 + FD^2}$$

$$BD = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}u$$

Per calcolare **BC** consideriamo il triangolo **BGC** rettangolo in **G** dove dal grafico si evince che il cateto **CG** = **1 u** e il cateto **BG** = **2 u** calcoliamo in questo caso l'ipotenusa **BC** :

$$BC = \sqrt{CG^2 + BG^2}$$

$$BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}u$$

Calcoliamo ora l'area del triangolo rettangolo **BCD** rettangolo in **B** dove conosciamo i due cateti **BC** e **BD** :

$$A_{(BCD)} = \frac{BC \cdot BD}{2} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5u^2$$

Esercizio n. 4

RR - persona con il fattore **Rh positivo** (omozigote);

rr - persona con il fattore **Rh negativo** (omozigote);

Rr - persona con il fattore **Rh positivo**, ma che può trasmettere anche il fattore negativo (eterozigote).

a) la madre, Caterina, è del tipo **Rr** e il padre, Filippo, è del tipo **RR**

	R	r
R	RR	Rr
R	RR	Rr

Rr x RR dall'incrocio avremo o **RR** oppure **Rr**. In percentuale i figli al 50% saranno **Rr** cioè con **Rh positivo**, ma che può trasmettere anche il fattore negativo (eterozigote) e l'altro 50% saranno **RR** - persona con il fattore **Rh positivo** (omozigote);

b) la madre, Caterina, è del tipo **Rr** e il padre, Filippo, è del tipo **RR**

	R	r
r	Rr	rr
r	Rr	rr

Rr x rr dall'incrocio avremo o **Rr** oppure **rr**. In percentuale i figli al 50% saranno **Rr** cioè con **Rh positivo**, ma che può trasmettere anche il fattore negativo (eterozigote) e l'altro 50% saranno **rr** - persona con il fattore **Rh negativo** (omozigote);

c) Se un figlio di Caterina e Filippo ha sposato una figlia di Sara e Paolo ed è nato un bambino **Rh negativo**; analizza i casi possibili riguardo al babbo e alla mamma del bambino.

L'evento affinché il bambino nato sia **Rh negativo** (**rr**) si può verificare solo nei casi seguenti:

Uno è **Rr** mentre l'altro è **rr** in questo caso abbiamo una probabilità del 50% che si verifichi l'evento che il figlio nasca **rr**;

	R	r
r	Rr	rr
r	Rr	rr

Oppure entrambi i genitori sono **Rr**, in questo caso abbiamo una probabilità del 25% che si verifichi l'evento che il figlio nasca **rr**.

	R	r
R	RR	Rr
r	Rr	rr