

Esercizio n. 40 pag. 213

In una scena di un film western due pistoleri si affrontano. Uno dei due fa volare via il cappello dalla testa dell'altro con un colpo di pistola. Il proiettile ha una massa di 5,0 g e colpisce il cappello, di massa 200 g, con una velocità di 580 m/s. Immediatamente dopo essere stato attraversato dal proiettile, il cappello ha una velocità di 5,0 m/s.

- Calcola la quantità di moto totale del sistema formato da proiettile e cappello prima dell'urto.
- Calcola la quantità di moto totale del cappello dopo che è stato attraversato dal proiettile.
- Considera che, nel momento dell'urto, la quantità di moto totale del sistema si conserva e ricava la quantità di moto finale del proiettile.
- Calcola la velocità finale del proiettile.
- Calcola l'energia cinetica totale prima e dopo l'urto.

Svolgimento:

Dati del problema:

1. Proiettile $m_1 = 5,0 \text{ g} = 0,005 \text{ kg}$
 $v_1 = 580 \text{ m/s}$

2. Cappello $m_2 = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$
 $v_2 = 5,0 \text{ m/s}$

- a. Prima dell'urto abbiamo che il proiettile è partito dalla canna della pistola ma non ha ancora colpito il cappello (il cappello quindi è fermo sulla testa del pistolero e ha velocità nulla)

$$P_{Tot} = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$

$$P_{Tot} = 0,05 \text{ kg} \cdot 580 \text{ m/s} + 0,2 \text{ kg} \cdot 0 \text{ m/s}$$

$$P_{Tot} = 2,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 0$$

$$P_{Tot} = 2,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- b. Bisogna calcolare la quantità di moto del solo cappello dopo l'urto (il cappello è stato colpito dal proiettile)

$$P_{2f} = m_2 \cdot v_2 = 0,2 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s}$$

$$P_{2f} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- c. Bisogna calcolare la quantità di moto finale del proiettile dopo l'urto (quindi P_{2f} , cioè dopo che il proiettile ha colpito il cappello):

$$P_{1f} + P_{2f} = P_{1i} + P_{2i}$$

$$P_{1f} + 0,2 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s} = 0,005 \text{ kg} \cdot 580 \text{ m/s} + 0$$

$$P_{1f} + 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 2,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$P_{1f} = 2,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$P_{1f} = 1,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

d. Per calcolare la velocità finale del proiettile (\mathbf{v}_{1f}) applichiamo la formula seguente considerando che la velocità iniziale del cappello è nulla ($\mathbf{P}_{2i} = \mathbf{0}$) mentre $\mathbf{P}_{2f} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ l'abbiamo già calcolato in b. e $\mathbf{P}_{1i} = 0,005 \text{ kg}\cdot 580 \text{ m/s} = 2,9 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ l'avevamo calcolato nell'esercizio c.

$$\mathbf{P}_{1f} + \mathbf{P}_{2f} = \mathbf{P}_{1i} + \mathbf{P}_{2i}$$

$$m_1 \cdot \mathbf{v}_{1f} + \mathbf{P}_{2f} = \mathbf{P}_{1i} + \mathbf{P}_{2i}$$

$$0,005 \text{ kg} \cdot \mathbf{v}_{1f} + 1 \text{ kg}\cdot\text{m/s} = 2,9 \text{ kg}\cdot\text{m/s} + 0$$

$$v_{1f} = \frac{(2,9 - 1) \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0,005 \text{ kg}} = 380 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,8 \cdot 10^2 \text{ m/s}$$

e. Bisogna calcolare l'energia cinetica prima e dopo l'urto:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

Prima dell'urto la velocità del cappello è nulla ($\mathbf{v}_{2i} = \mathbf{0}$) e quindi l'energia cinetica iniziale è data da:

$$K_i = \frac{1}{2} m_{1i} v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_{2i} v_{2i}^2$$

$$K_i = \frac{1}{2} \cdot 0,005 \cdot 580^2 + 0 = 841 \text{ J} \approx 8,4 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Dopo dell'urto l'energia cinetica finale è data da:

$$K_f = \frac{1}{2} m_{1f} v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_{2f} v_{2f}^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} \cdot 0,005 \cdot 380^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 5^2 = 363,5 \text{ J} \approx 3,6 \cdot 10^2 \text{ J}$$